Sterowanie z wykorzystaniem logiki rozmytej

konspekt seminarium

Paweł Szołtysek

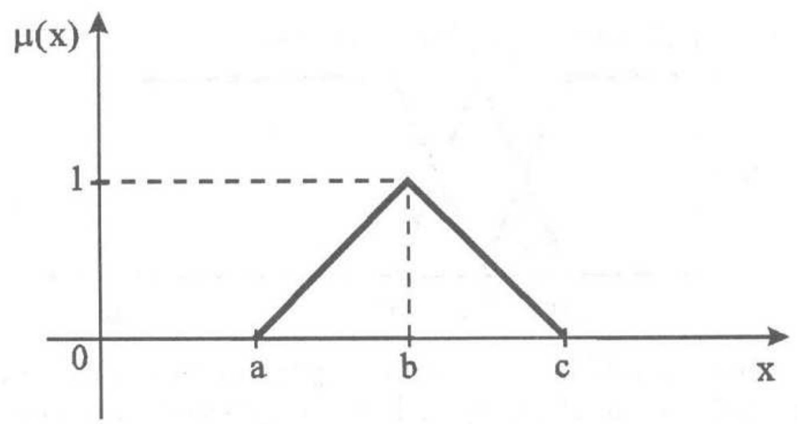
24 stycznia 2009

1 Wstęp

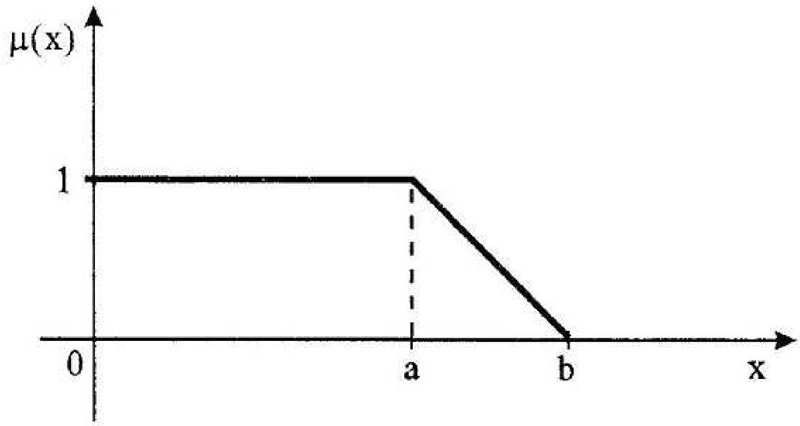
1.1 Podstawy logiki rozmytej

Logika rozmyta jest rodzajem logiki wielowartościowej, stanowi uogólnienie klasycznej logiki dwuwartościowej. Jest ona stosowana tam, gdzie użycie odpowiednika dwuwartościowego tworzy problem z zapisem, obliczeniem i praktycznym wykorzystaniem - na przykład w sterowaniu urządzeniami. Takie sterowniki mogą pracować zarówno w lodówkach i pralkach, jak i służyć do sterowania złożonymi procesami jak na przykład rozładowywaniem ruchu ulicznego czy przetwarzania obrazów. Są one wykorzystywane także w połączeniu z sieciami neuronowymi.

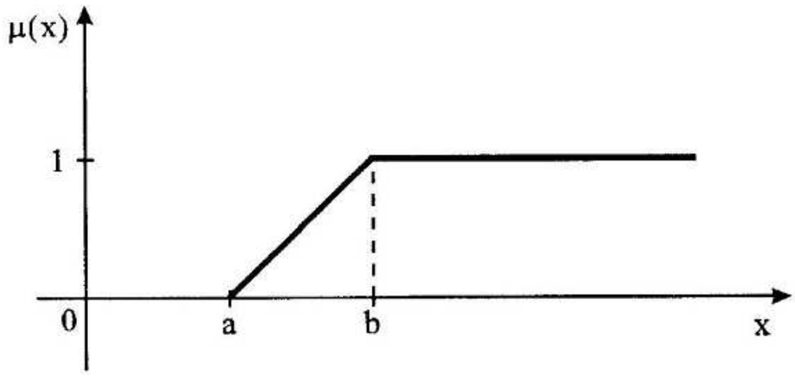
Podstawowym zagadnieniem w logice rozmytej jest funkcja przynależności μ_A, która określa przynależność elementu x do zbioru A. Taka funkcja może przyjmować wiele różnych kształtów, jednak trzy z nich należy wyróżnić pod względem użyteczności. Zostały one przedstawione na rysunkach 1, 2, 3.



Rysunek 1: Funkcja przynależności Λ



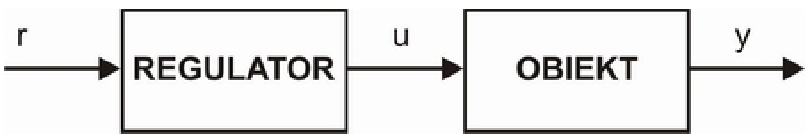
Rysunek 2: Funkcja przynależności L



Rysunek 3: Funkcja przynależności Γ

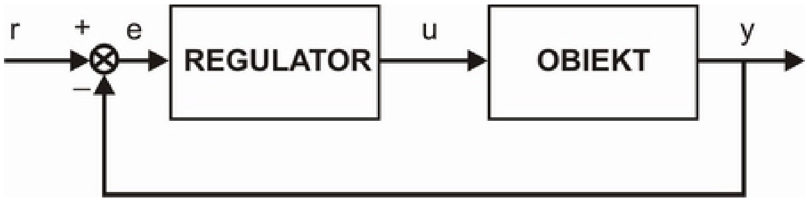
1.2 Układ regulacji

Problem sterowania można przedstawić najprościej na rysunku 4. Mamy dany obiekt, którym chcemy sterować (to znaczy, chcemy sprawić aby wartość wyjścia y była jak najbliższa zadanej), a którego wejście u ustalamy na podstawie wejścia regulatora r oraz jego przekształceń.



Rysunek 4: Prosty układ regulacji

W takim układzie jednak często występują błędy sterowania które są spowodowane dynamiką układu. Stosuje się wtedy układy zamknięte sterowania (rys 5), które charakteryzują się występowanie pętli sprzężenia zwrotnego.



Rysunek 5: Zamknięty układ regulacji

W takim przypadku do regulatora trafia różnica wyjścia obiektu y oraz wartości r.

1.2.1 Układ PID

Powszechnie stosowanymi regulatorami są regulatory PID. Składają się one z trzech członów: proporcjonalnego (P), całkującego (I) i różniczkującego (D). Mogą one występować w różnych wersjach:

- regulator proporcjonalny P
- regulator proporcjonalno-całkujący PI
- regulator proporcjonalno-różniczkujący PD
- proporcjonalno-całkująco-różniczkujący PID

Model regulatora PID można zapisać następująco (([3])):

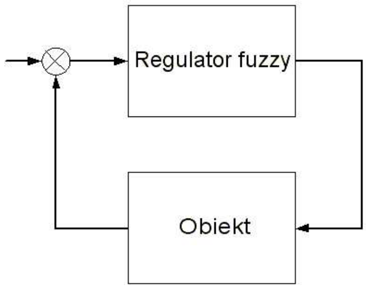
$$u(t) = K[e(t) + \frac{1}{T}\int_0^t e(t)d\tau + T_D\frac{de(t)}{dt}]$$

Aby dobrać odpowiednie parametry regulatora PID, konieczna jest dokładna znajomość matematycznego opisu obiektu sterowanego wraz z jego stałymi czasowymi. Niekiedy nie potrafimy skonstruować takiego modelu. Wtedy możemy skorzystać z innej możliwości: sterowania rozmytego.

2 Regulator rozmyty

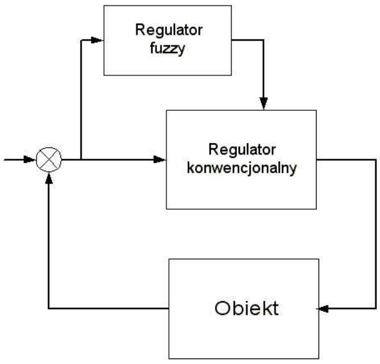
Zajmujemy się więc konstrukcją systemu sterowanego bezpośrednio przez regulator rozmyty.

Przedstawiony na rysunku 6 układ jest sterowany bezpośrednio w oparciu o bazę wiedzy, opisaną dokładniej w 2.2.1. Jest on stosowany przede wszystkim w przypadkach, kiedy modele analityczne nie pozwalają uzyskać oczekiwanych rezultatów, a człowiek jest w stanie ręcznie sterować procesem w zadowalającym stopniu.



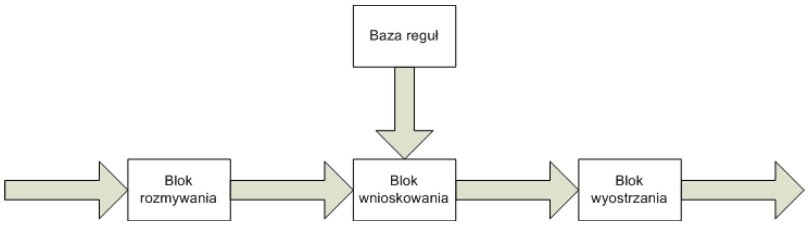
Rysunek 6: Układ sterowania z rozmytym regulatorem

W pewnej modyfikacji, przedstawionej na rysunku 7, regulator rozmyty może zostać wykorzystany do nadzorowania normalnego regulatora, w sposób taki, że będzie decydował, kiedy algorytm regulatora konwencjonalnego zmienić. Taki układ nazywamy wielopoziomowym systemem regulacji.



Rysunek 7: Układ sterowania z regulatorem konwencjonalnym i systemem ekspertowym nadzorującym

Ogólnie, regulator rozmyty można podzielić na trzy elementy, jak na rysunku 8. Proces sterowania rozpoczyna się od podania wartości wejściowych na blok fuzyfikacji, gdzie dane są rozmywane. Następnie są one w takiej formie przekazywane do bloku wnioskowania, gdzie na ich podstawie w połączeniu z bazą reguł obliczane są stopnie aktywacji zawartych tam przesłanek. Spośród nich typowane są przesłanki których prawdopodobieństwo jest największe. Na ich podstawie obliczana jest wynikowa funkcja przynależności. Funkcja ta przekazywana jest do ostatniego bloku defuzyfikacji, gdzie podlega ostrzeniu i obliczana jest wartość wyjściowa regulatora, która jest przekazywana na wejście obiektu.



Rysunek 8: Schemat regulatora rozmytego

2.1 Fuzyfikacja

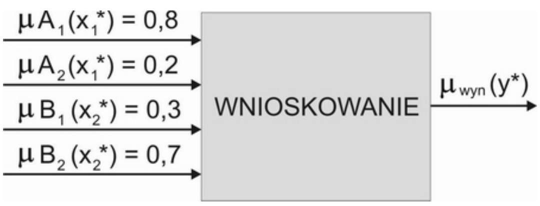
Na początku procesu dokonuje się transformacja danych wejściowych na formę rozmytą, za pomocą funkcji przynależności zdefiniowanej już w sekcji 1.1.

Wyjście tego bloku uzyskujemy w wyniku podstawienia wartości wejściowych do wzoru danej funkcji. Jeżeli nie określimy przedziału w jakim dany wzór funkcji przynależności nas interesuje, to pod koniec obliczeń wystarczy odrzucić zmienne rozmyte nie mieszczące się w przedziale 0 – 1.

Ilość uzyskanych wartości to suma ilości możliwych stanów w każdym z wejść.

2.2 Wnioskowanie

Etap wnioskowania ma za zadanie, korzystając z bazy reguł, wyznaczyć na podstawie danych otrzymanych z bloku fuzyfikacji wartość wyjściową części rozmytej, która w następnym członie zostanie wyostrzona.



W pierwszym kroku, na podstawie bazy reguł rozmytych, wyznacza się przyporządkowane im odpowiednie wartości zgodnie z bazą reguł rozmytych opisanych w podsekcji 2.2.1.

Wartości te zostają zunifikowane, to znaczy dla każdej przesłanki wyznacza się (różnymi metodami) wartość wyjścia (por. [5]), a następnie są one przekazywane do następnego modułu, defuzyfikacji.

2.2.1 Baza reguł rozmytych

Moduł wnioskowania działa na podstawie baz reguł rozmytych. Składa się na nią zbiór instrukcji warunkowych, które powstają na podstawie wiedzy eksperta.

Reguły rozmyte najczęściej stosowane to najprostsze wyrażenia 'if', ewentualnie z dodatkowymi założeniami. Poniżej zostały przedstawione przykładowe reguły.

- IF $(x_1 = A_1)$ THEN $(y = C_1)$
- IF $(x_1 = A_1)$ AND $(x_2 = B_1)$ THEN $(y = C_1)$
- IF $(x_1 = A_1)$ OR $(x_2 = B_1)$ THEN $(y = C_1)$

gdzie A_i są zmiennymi pierwszej zmiennej wejściowej, B_i są zmiennymi drugiej zmiennej wejściowej, a C_j są zmiennymi danej wyjściowej.

Reguły te stanowią zbiór wytycznych informujących, jak należy postępować w utalonej sytuacji - tzn. jak ma sięzachowywać obiekt sterowany w momencie zaistnienia danego przypadku na wejściu. Powinny być one utworzone dla wszystkich możliwych wartości zmiennych wejściowych modułu wnioskowania.

2.3 Defuzyfikacja

Ostrzenie stanowi ostatni blok sterownika rozmytego. Na jego wejście trafia wynik działania regulatora w postaci rozmytej. Zadaniem modułu defuzyfikacji jest zamienienie tej wartości na taką, która może być dana obiektowi sterowanemu jako wejście - zwykle jakąś konkretną wartość liczbową.

Istnieje kilka metod defuzyfikacji:

Metoda maksimum jest najprostszą z przedstawionych metod; stosowana w tanich, wolnych mikroprocesorach. Na wynik defuzyfikacji wpływa ma najbardziej zaktywowany zbiór rozmyty funkcji wyjściowej; zależnie od implementacji, wartość wynikowa to minimum, średnia lub maksimum dozwolonego dla danego przypadku.

Metoda środka ciężkości jest bardziej skomplikowanym od metody maksimum sposobem uzyskiwania wyniku. Do wyznaczenia wyniku służy poniższe równanie:

$$y^* = \frac{\int y \times \mu_{wyn}(y)dy}{\int \mu_{wyn}(y)dy} \tag{1}$$

Jej zaletą jest uwzględnienie wszystkich aktywowanych zbiorów, dzięki czemu zadawane sterowanie obiektu jest bardziej płynne niż w przypadku metody maksimum - jednak wymaga większej mocy obliczeniowej, przez co jest de facto rzadziej stosowana.

Metoda wysokości uwzględnia wszelkie aktywne przesłanki, a nie tylko te, które mają duży wpływ na zbiór rozmyty zmiennej wyjściowej. Jest prostsza w obliczaniu od metody środka ciężkości, a jednocześnie płynne sterowanie obiektem. Wyjście ze sterownika obliczymy za pomocą wzoru

$$y = \frac{\sum_i(\mu_i \times y_i)}{\sum_i \mu_i} \tag{2}$$

gdzie i to ilość wyjściowych zbiorów rozmytych, μ_i to wyznaczony stopień aktywacji, a y_i to reprezentatywne wartości wyniku dla każdego z przedziałów.

Szerzej każdy z kroków został opisany w [1], [3] oraz w [5].

3 Przykład

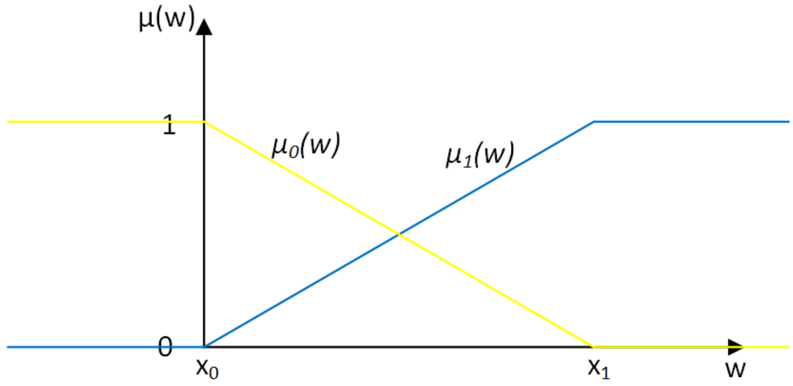
Jako przykład zastosowania, zbudujemy model rozmyty z dwoma wejściami oraz jednym wyjściem. Do naszego zadania będzie należeć:

- budowa funkcji przynależności dla zmiennych wejściowych i wyjściowych;
- budowa reguł - z wykorzystaniem mechanizmów wnioskowania.

Zajmiemy się tematem doradztwa podatkowego. Wejściem będzie kwota przychodu, reprezentowana przez 2 zbiory rozmyte (S, L), oraz kwota inwestycji, także reprezentowana przez 2 zbiory rozmyte (S, L). Wyjściem natomiast - wielkość zapłaconego podatku, reprezentowana przez 3 zbiory rozmyte (S, M, L). Dla tego zadania wybieramy proste funkcje przynależności typu L oraz Γ dla odpowiednich zbiorów wyżej przedstawionych (jak na rysunku 9).

Określone przez nas reguły są następujące:

- IF Przychód S AND Inwestycja S THEN Podatek S



Rysunek 9: Funkcja przynależności

- IF Przychód S AND Inwestycja L THEN Podatek S
- IF Przychód L AND Inwestycja S THEN Podatek L
- IF Przychód L AND Inwestycja L THEN Podatek M

A tablica współczynników zdefiniowana jest następująco:

Nazwa	**S**mall	**M**edium	**L**arge
Przychód	0		100
Inwestycja	0		100
Podatek	33	66	100

Dla tak zdefiniowanego systemu możemy zadać wartości ostre i wyznaczyć wynik systemu.

Weźmy przykładowe dane wejściowe, jak w tabeli poniżej.

Nazwa	**Wartość**
Przychód	78
Inwestycja	36

Wartości te najpierw są poddawane fuzyfikacji. W tym celu, system porównuje je do założonych wartości krańców przedziałów i liczy stopnie przynależności.

Nazwa	**S**mall	**L**arge
Przychód	0,22	0,78
Inwestycja	0,64	0,36

Następnie wykorzystywane są reguły rozmyte (pochodzące z bazy wiedzy) do określenia wartości maksymalnych iloczynów.

- IF Przychód 0,22 AND Inwestycja 0,64 THEN Podatek S
  $0,22 \times 0,64 = 0,1408$
- IF Przychód 0,22 AND Inwestycja 0,36 THEN Podatek S
  $0,22 \times 0,36 = 0,0792$
- IF Przychód 0,78 AND Inwestycja 0,64 THEN Podatek L
  $0,78 \times 0,64 = 0,2808$
- IF Przychód 0,78 AND Inwestycja 0,36 THEN Podatek M
  $0,78 \times 0,36 = 0,4992$

Wartości maksymalne dla grup to odpowiednio:

Small	**M**edium	**L**arge
0,1408	0,2808	0,4992

Ostatni krok to przeprowadzenie defuzyfikacji. Skorzystamy tutaj z metody wysokości. W naszym przypadku mamy:

$$y = \frac{\sum_i(\mu_i \times y_i)}{\sum_i \mu_i} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{0,1408 * 33 + 0,2808 * 66 + 0,4992 * 100}{0,1408 + 0,2808 + 0,4992} = \\ &= \frac{4,6464 + 18,5328 + 49,92}{0,1408 + 0,2808 + 0,4992} = \\ &= \frac{73,0992}{0,9208} = 79,39 \end{aligned} \tag{3}$$

3.1 Rozmyty regulator PID

Regulator PID oparty o sterowanie rozmyte można także zasymulować korzystając z logiki rozmytej ([3]). Dla przykładu rozmytego regulatora P, reguły wnioskowania będą następujące:

- Jeżeli błąd e jest negatywnie duży, to sterowanie u negatywnie duże;
- Jeżeli błąd e negatywnie mały, to sterowanie u negatywnie małe;
- Jeżeli błąd $e = 0$, to sterowanie $u = 0$;
- Jeżeli błąd e pozytywnie mały, to sterowanie u pozytywnie małe;
- Jeżeli błąd e pozytywnie duży, to sterowanie u pozytywnie duże.

Oczywiście dla PI, PD oraz ostatecznie PID reguł tych będzie odpowiednio więcej; dla przykładu regulator rozmyty PD będzie musiał mieć tych reguł przynajmniej 9:

- IF $e(t) = N$ AND $\dot{e}(t) = N$ THEN $u(t) = N$;
- IF $e(t) = N$ AND $\dot{e}(t) = Z$ THEN $u(t) = N$;
- IF $e(t) = Z$ AND $\dot{e}(t) = N$ THEN $u(t) = N$;
- IF $e(t) = N$ AND $\dot{e}(t) = P$ THEN $u(t) = Z$;
- IF $e(t) = Z$ AND $\dot{e}(t) = Z$ THEN $u(t) = Z$;
- IF $e(t) = P$ AND $\dot{e}(t) = N$ THEN $u(t) = Z$;
- IF $e(t) = Z$ AND $\dot{e}(t) = P$ THEN $u(t) = P$;
- IF $e(t) = P$ AND $\dot{e}(t) = Z$ THEN $u(t) = P$;
- IF $e(t) = P$ AND $\dot{e}(t) = P$ THEN $u(t) = P$;

Lub, przedstawiając w formie tabelki:

sterowanie		$\dot{e}(t)$		
$u(t)$		N	Z	P
$e(t)$	N	N	N	Z
	Z	N	Z	P
	P	Z	P	P

Ponadto oczywiście należy zdefiniować odpowiednie funkcje przynależności - zwykle jest używana funkcja która kształtem przypomina funkcję ctg.

4 Zastosowania

W ostatnim okresie powstało wiele aplikacji wspomagających wykorzystanie logiki rozmytej w systemach sterowania. Przykładem jest tutaj narzędzie RSLogix5000 FuzzyDesigner firmy Rockwell Automation ([6]), który efektywnie pozwala zarówno ulepszyć już istniejące systemy sterowania i podejmowania decyzji, jak i tworzyć nowe, z zastosowaniem logiki rozmytej.

W literaturze można znaleźć opracowania dotyczące wykorzystania przedstawionej technologii w bardzo egzotycznych warunkach, do których można zaliczyć podciśnieniowe dojenie krów [4].

Także sami automatycy wydają się zauważać w [2] że logika rozmyta jest dobrą alternatywą w stosunku do konwencjonalnych sposobów sterowania. Wymaga mniejszych nakładów obliczeniowych, a dobrze zaprojektowana, pozwoli uzyskać lepsze wyniki niż układy konwncjonalne przy jednocześnie prostszej obsłudze. Jest to szczególnie ważne, gdy nasz obiekt sterowania jest w wysokim stopniu złożony.

Literatura

[1] W. Adamski, *Logika rozmyta - pomysł na sterowanie*, Automatyka B2B, 09 maj 2007

[2] W. Nalepa, *Rozmyty system ekspertowy wspomagający taksację nieruchomości*, Praca magisterska, Politechnika Wrocławska, Wrocław 2006

[3] W. Grega, *Algorytmy Sterowania Cyfrowego. Wykłady*, Katedra Automatyki AGH 2001/2002

[4] H. Juszka, M. Tomasik *Logika rozmyta w sterowaniu podciśnieniem w automatyzowanym doju krów*, Acta Sci. Pol., Technica Agraria 4 2005, str. 67-74

[5] A. Piegat, *Modelowanie i sterowanie rozmyte*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 1999

[6] http://www.rockwellautomation.pl/applications/gs/emea/GSPL.nsf/pages/update_2007-11_09?OpenDocument&Click=