Dyskretny pomiar ryzyka

Wojciech Skórski, Paweł Szołtysek

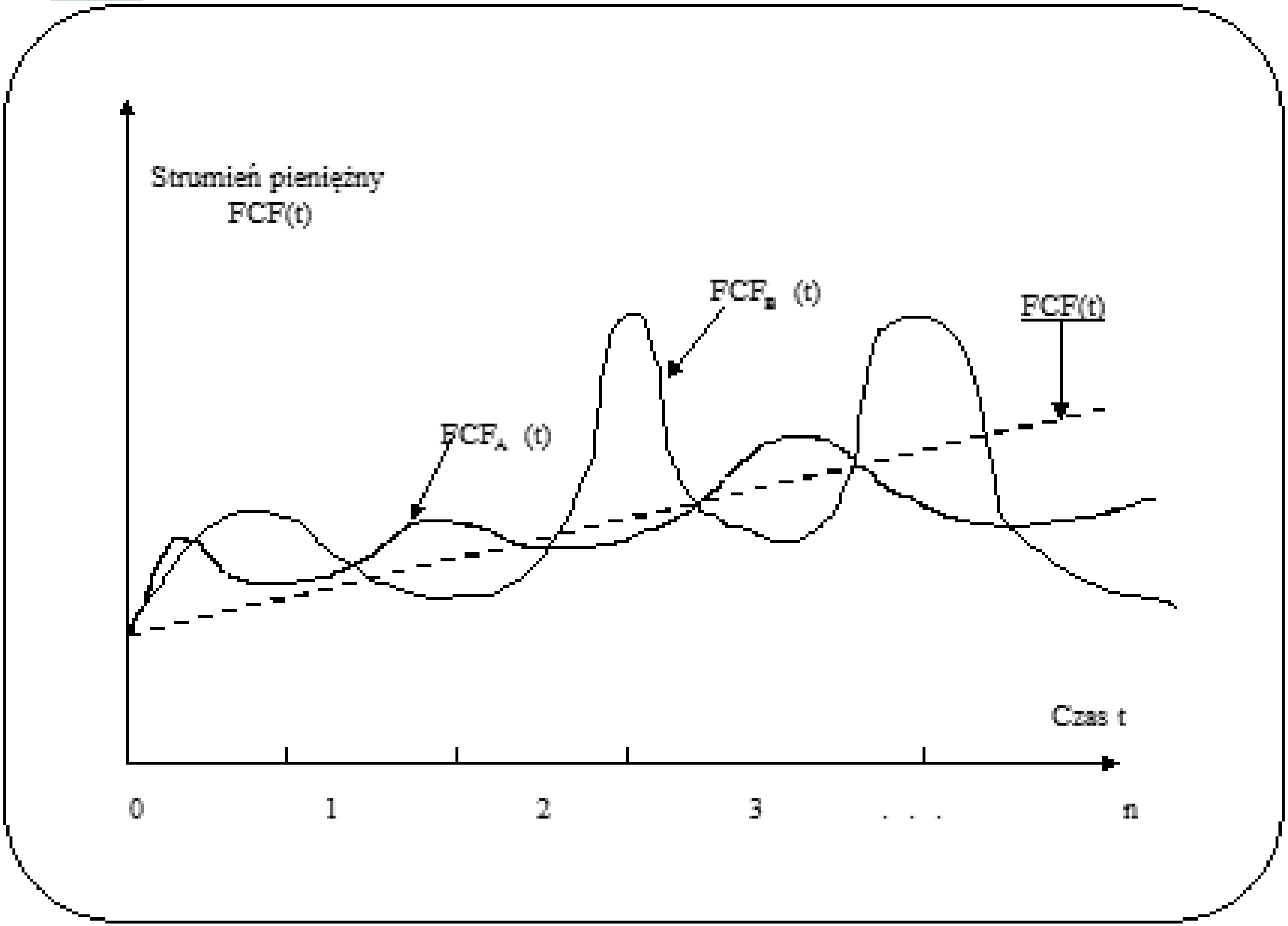
20 Kwiecień 2009

Spis treści

Czym jest ryzyko

Ryzyko – możliwość nie uzyskania spodziewanych efektów, czyli nie uzyskania spodziewanej stopy zwrotu na skutek zmienności i nieprzewidywalności poziomu strumieni pieniężnych w kolejnych okresach.

Zmienność strumieni pieniężnych firmy A oraz B



Pomiar ryzyka

Cel: skuteczne zarządzanie ryzykiem w celu stabilizacji zysków i minimalizacji możliwości bankructwa.
Grupy miar:

- ✔ miary zmienności (wariancja, odchylenie standardowe)
- ✔ miary wrazliwości (współczynnik β, średni okres trwania długu, stopień dźwigni operacyjnej i finansowej)
- ✔ miary zagrożenia (wartość narażona na ryzyko - Value at Risk)

Idea dyskretnego pomiaru ryzyka

- ✔ A: firmy o wysokiej kondycji finansowej
- ✔ B: firmy o średniej kondycji finansowej
- ✔ C: firmy o niskiej kondycji finansowej

Pomiar dyskretny = klasyfikacja

Idea dyskretnego pomiaru ryzyka

- ✔ A: firmy o wysokiej kondycji finansowej
- ✔ B: firmy o średniej kondycji finansowej
- ✔ C: firmy o niskiej kondycji finansowej

Pomiar dyskretny = klasyfikacja

Zbiór cech charakteryzujących obiekt: $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

Przestrzeń klas: $\Omega_M = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_M)$

$p(x|i)$ – prawdopodobieństwo pojawienia się obrazu x pod warunkiem, że należy on do i-tej klasy; $i = 1, \ldots, M$

- ✔ Problem definiowania klas i zmienności cech.
- ✔ Wybór algorytmu.

Idea dyskretnego pomiaru ryzyka

Zbiór cech charakteryzujących obiekt: $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

Przestrzeń klas: $\Omega_M = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_M)$

$p(x|i)$ – prawdopodobieństwo pojawienia się obrazu x pod warunkiem, że należy on do i-tej klasy; $i = 1, \ldots, M$

- ✔ Problem definiowania klas i zmienności cech.
- ✔ Wybór algorytmu.

Idea dyskretnego pomiaru ryzyka

Zbiór cech charakteryzujących obiekt: $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$
Przestrzeń klas: $\Omega_M = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_M)$
$p(x|i)$ – prawdopodobieństwo pojawienia się obrazu x pod warunkiem, że należy on do i-tej klasy; $i = 1, \ldots, M$

- ✔ Problem definiowania klas i zmienności cech.
- ✔ Wybór algorytmu.

Idea dyskretnego pomiaru ryzyka

Zbiór cech charakteryzujących obiekt: $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$
Przestrzeń klas: $\Omega_M = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_M)$
$p(x|i)$ – prawdopodobieństwo pojawienia się obrazu x pod warunkiem, że należy on do i-tej klasy; $i = 1, \ldots, M$

- ✔ Problem definiowania klas i zmienności cech.
- ✔ Wybór algorytmu.

Zadanie: dokonać oceny ryzyka działalności banku w latach 1998, 1999, 2000.

Założenie: trzy klasy - (1) niski poziom ryzyka, (2) średni poziom ryzyka, (3) wysoki poziom ryzyka.

Pięć wskaźników finansowych jako cechy: wskaźnik dynamiki funduszy własnych, wzrostu kredytów netto, ROA, marży odsetkowej oraz zamrożenia kapitału.

$x_{1998}^{T} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (98.80, 58.70, 1.35, 4.97, 60.30)$

$x_{1999}^{T} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (45.60, 43.90, 1.16, 4.51, 67.30)$

$x_{2000}^{T} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (25.70, 13.50, 1.34, 4.03, 60.60)$

Cel klasyfikacji

Przykład 1 : Kredyt Bank

Zadanie: dokonać oceny ryzyka działalności banku w latach 1998, 1999, 2000.

Założenie: trzy klasy - (1) niski poziom ryzyka, (2) średni poziom ryzyka, (3) wysoki poziom ryzyka.

Pięć wskaźników finansowych jako cechy: wskaźnik dynamiki funduszy własnych, wzrostu kredytów netto, ROA, marży odsetkowej oraz zamrożenia kapitału.

$x_{1998}^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (98.80, 58.70, 1.35, 4.97, 60.30)$

$x_{1999}^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (45.60, 43.90, 1.16, 4.51, 67.30)$

$x_{2000}^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (25.70, 13.50, 1.34, 4.03, 60.60)$

Cel klasyfikacji

Przykład 1 : Kredyt Bank

Zadanie: dokonać oceny ryzyka działalności banku w latach 1998, 1999, 2000.

Założenie: trzy klasy - (1) niski poziom ryzyka, (2) średni poziom ryzyka, (3) wysoki poziom ryzyka.

Pięć wskaźników finansowych jako cechy: wskaźnik dynamiki funduszy własnych, wzrostu kredytów netto, ROA, marży odsetkowej oraz zamrożenia kapitału.

$x_{1998}^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (98.80, 58.70, 1.35, 4.97, 60.30)$

$x_{1999}^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (45.60, 43.90, 1.16, 4.51, 67.30)$

$x_{2000}^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (25.70, 13.50, 1.34, 4.03, 60.60)$

Cel klasyfikacji

Przykład 1 : Kredyt Bank

Zadanie: dokonać oceny ryzyka działalności banku w latach 1998, 1999, 2000.
Założenie: trzy klasy - (1) niski poziom ryzyka, (2) średni poziom ryzyka, (3) wysoki poziom ryzyka.
Pięć wskaźników finansowych jako cechy: wskaźnik dynamiki funduszy własnych, wzrostu kredytów netto, ROA, marży odsetkowej oraz zamrożenia kapitału.

$$x_{1998}^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (98.80, 58.70, 1.35, 4.97, 60.30)$$
$$x_{1999}^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (45.60, 43.90, 1.16, 4.51, 67.30)$$
$$x_{2000}^T = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (25.70, 13.50, 1.34, 4.03, 60.60)$$

Cel klasyfikacji

Zakładamy, że funkcje gęstości warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa wystarczająco dobrze opisuje rozkład Gaussa.

Przeprowadzamy test zgodności tych rozkładów z rozkładem normalnym - sprawdzamy wartości liczb

$d_n^+ = \max_{1<i<n} |\frac{1}{n} - F_0(x_i)|$

oraz

$d_n^- = \max_{1<i<n} |F_0(x_i) - \frac{i-1}{n}|$.

Jeśli $d_n = \max(d_n^+, d_n^-)$ spełnia warunek $d_n < d_n(1-\alpha)$ (aproksymowany poziom istnotności A przekracza α), to na poziomie istotności α próbka nie przeczy postawionej hipotezie, że cecha ma rozkład normalny $H(m, \sigma)$.

W analizowanym przykładzie zakładamy $\alpha = 0.05$.

Przykład 1 : Kredyt Bank
Przeprowadzenie testu Kołmogorowa-Smirnowa

Zakładamy, że funkcje gęstości warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa wystarczająco dobrze opisuje rozkład Gaussa.

Przeprowadzamy test zgodności tych rozkładów z rozkładem normalnym - sprawdzamy wartości liczb

$d_n^+ = \max_{1<i<n} |\frac{1}{n} - F_0(x_i)|$

oraz

$d_n^- = \max_{1<i<n} |F_0(x_i) - \frac{i-1}{n}|$.

Jeśli $d_n = \max(d_n^+, d_n^-)$ spełnia warunek $d_n < d_n(1-\alpha)$ (aproksymowany poziom istnotności A przekracza α), to na poziomie istotności α próbka nie przeczy postawionej hipotezie, że cecha ma rozkład normalny $H(m, \sigma)$.

W analizowanym przykładzie zakładamy $\alpha = 0.05$.

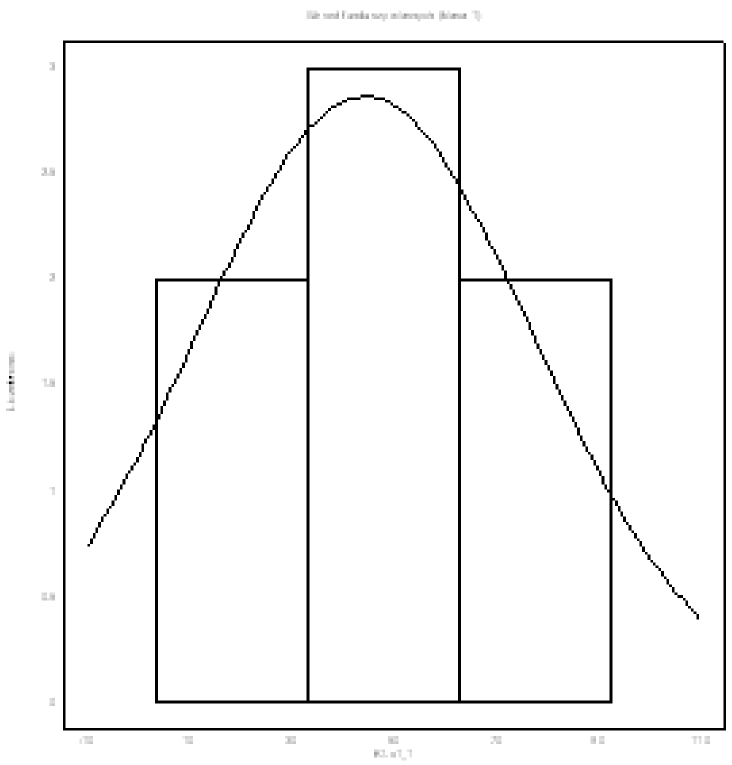
Przykład 1 : Kredyt Bank
Przeprowadzenie testu Kołmogorowa-Smirnowa

Zakładamy, że funkcje gęstości warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa wystarczająco dobrze opisuje rozkład Gaussa. Przeprowadzamy test zgodności tych rozkładów z rozkładem normalnym - sprawdzamy wartości liczb
$d_n^+ = \max_{1<i<n} |\frac{1}{n} - F_0(x_i)|$
oraz
$d_n^- = \max_{1<i<n} |F_0(x_i) - \frac{i-1}{n}|$.
Jeśli $d_n = \max(d_n^+, d_n^-)$ spełnia warunek $d_n < d_n(1-\alpha)$ (aproksymowany poziom istnotności A przekracza α), to na poziomie istotności α próbka nie przeczy postawionej hipotezie, że cecha ma rozkład normalny $H(m, \sigma)$.
W analizowanym przykładzie zakładamy $\alpha = 0.05$.

Przykład 1 : Kredyt Bank
Przeprowadzenie testu Kołmogorowa-Smirnowa

Zakładamy, że funkcje gęstości warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa wystarczająco dobrze opisuje rozkład Gaussa. Przeprowadzamy test zgodności tych rozkładów z rozkładem normalnym - sprawdzamy wartości liczb
$d_n^+ = \max_{1<i<n} |\frac{1}{n} - F_0(x_i)|$
oraz
$d_n^- = \max_{1<i<n} |F_0(x_i) - \frac{i-1}{n}|$.
Jeśli $d_n = \max(d_n^+, d_n^-)$ spełnia warunek $d_n < d_n(1-\alpha)$ (aproksymowany poziom istnotności A przekracza α), to na poziomie istotności α próbka nie przeczy postawionej hipotezie, że cecha ma rozkład normalny $H(m, \sigma)$.
W analizowanym przykładzie zakładamy $\alpha = 0.05$.

Dla klasy 1, cechy 1:



$d_n^+ = 0.213547$
$d_n^- = 0.128479$
$d_n = 0.213547$
$A = 0.85894$
Hipotezę o rozkładzie normalnym $N(44.21, 32.99)$ można przyjąć.

Ponieważ założono statystyczną niezależność cech, łączna funkcja gęstości rozkładu prawdopodobieństwa jest iloczynem funkcji gęstości rozkładów prawdopodobieństwa warunkowego.

$f(x|\omega_j) = f(x_1|\omega_j)f(x_2|\omega_j)f(x_3|\omega_j)f(x_4|\omega_j)f(x_5|\omega_j)$

Ogólna funkcja gęstości rozkładu prawdopodobieństwa przybiera postać:

$f(x|j) = \prod_{i=1}^{5} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{ij}}} \exp[\frac{-(x_i - \overline{x_{ij}})^2}{2\sigma_{ij}^2}]$

gdzie:

j - klasa,

σ_{ij} - odchylenie standardowe i-tego zbioru cech klasy j,

$\overline{x_{ij}}$ - średnia i-tego zbioru cech klasy j,

x_i - i-ta składowa obrazu klasyfikowanego.

Funkcje gęstości rozkładu prawdopodobieństwa oraz prawdopodobieństwa wystąpienia klas dają pełną informację probabilistyczną o obiektach i klasach.

Przykład 1 : Kredyt Bank

Ponieważ założono statystyczną niezależność cech, łączna funkcja gęstości rozkładu prawdopodobieństwa jest iloczynem funkcji gęstości rozkładów prawdopodobieństwa warunkowego.
$f(x|\omega_j) = f(x_1|\omega_j)f(x_2|\omega_j)f(x_3|\omega_j)f(x_4|\omega_j)f(x_5|\omega_j)$

Ogólna funkcja gęstości rozkładu prawdopodobieństwa przybiera postać:

$$f(x|j) = \prod_{i=1}^{5} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{ij}}} \exp[\frac{-(x_i - \overline{x_{ij}})^2}{2\sigma_{ij}^2}]$$

gdzie:
j - klasa,
σ_{ij} - odchylenie standardowe i-tego zbioru cech klasy j,
$\overline{x_{ij}}$ - średnia i-tego zbioru cech klasy j,
x_i - i-ta składowa obrazu klasyfikowanego.

Funkcje gęstości rozkładu prawdopodobieństwa oraz prawdopodobieństwa wystąpienia klas dają pełną informację probabilistyczną o obiektach i klasach.

Przykład 1 : Kredyt Bank

Ponieważ założono statystyczną niezależność cech, łączna funkcja gęstości rozkładu prawdopodobieństwa jest iloczynem funkcji gęstości rozkładów prawdopodobieństwa warunkowego.

$f(x|\omega_j) = f(x_1|\omega_j)f(x_2|\omega_j)f(x_3|\omega_j)f(x_4|\omega_j)f(x_5|\omega_j)$

Ogólna funkcja gęstości rozkładu prawdopodobieństwa przybiera postać:

$f(x|j) = \prod_{i=1}^{5} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{ij}}} \exp[\frac{-(x_i - \overline{x_{ij}})^2}{2\sigma_{ij}^2}]$

gdzie:

j - klasa,

σ_{ij} - odchylenie standardowe i-tego zbioru cech klasy j,

$\overline{x_{ij}}$ - średnia i-tego zbioru cech klasy j,

x_i - i-ta składowa obrazu klasyfikowanego.

Funkcje gęstości rozkładu prawdopodobieństwa oraz prawdopodobieństwa wystąpienia klas dają pełną informację probabilistyczną o obiektach i klasach.

Przykład 1 : Kredyt Bank
Wyznaczanie wartości końcowych

$p_j f(x\|\omega_j)$	**1998**	**1999**	**2000**
$p_1 f(x\|\omega_1)$	$3,175 * 10^{-9}$	$6,988 * 10^{-9}$	$3,620 * 10^{-9}$
$p_2 f(x\|\omega_2)$	$2,438 * 10^{-15}$	$1,542 * 10^{-8}$	$1,178 * 10^{-7}$
$p_3 f(x\|\omega_3)$	$6,593 * 10^{-12}$	$9,720 * 10^{-10}$	$9,885 * 10^{-8}$

Przykład 2 : Szacowanie ryzyka pięciu przedsiębiorstw

- ✔ Obiekty (przedsiębiorstwa): I, II, III, IV, V.
- ✔ Klasy ryzyka: niski poziom ryzyka, wysoki poziom ryzyka.
- ✔ Cechy: czas wykorzystania pracy maszyn i urządzeń: k_m, udział finansowania zewnętrznego w kapitale własnym: k_r.

Przykład 2 : Szacowanie ryzyka pięciu przedsiębiorstw

Przedsiębiorstwo	wskaźnik k_m	wskaźnik k_r
I	0.2	0.8
II	0.7	0.6
III	0.5	0.6
IV	0.3	0.3
V	0.4	0.9

Przykład 2 : Szacowanie ryzyka pięciu przedsiębiorstw Algorytm Bayesa

Przyjmijmy oznaczenia:

$x_1 = k_m$

$x_2 = k_r$

klasa "1" – wysokie ryzyko;

klasa "2" – niskie ryzyko.

$x = (x_1, x_2)^T$, gdzie: $x_1 \in [0,1], x_2 \in [0,1]$.

$$\begin{array}{ll} p(x_1|1) = 2x_1 & x_1 \in [0,1], \\ p(x_1|2) = -2(x_1-1) & x_1 \in [0,1], \\ p(x_2|1) = 2x_2 & x_2 \in [0,1], \\ p(x_2|2) = -2(x_2-1) & x_2 \in [0,1], \end{array}$$

Przykład 2 : Szacowanie ryzyka pięciu przedsiębiorstw Algorytm Bayesa

Przyjmijmy oznaczenia:

$x_1 = k_m$

$x_2 = k_r$

klasa "1" – wysokie ryzyko;

klasa "2" – niskie ryzyko.

$x = (x_1, x_2)^T$, gdzie: $x_1 \in [0, 1], x_2 \in [0, 1]$.

$$
\begin{aligned}
p(x_1|1) &= 2x_1 & x_1 &\in [0, 1], \\
p(x_1|2) &= -2(x_1 - 1) & x_1 &\in [0, 1], \\
p(x_2|1) &= 2x_2 & x_2 &\in [0, 1], \\
p(x_2|2) &= -2(x_2 - 1) & x_2 &\in [0, 1],
\end{aligned}
$$

Przykład 2 : Szacowanie ryzyka pięciu przedsiębiorstw Algorytm Bayesa

Przyjmijmy oznaczenia:

$x_1 = k_m$

$x_2 = k_r$

klasa "1" – wysokie ryzyko;

klasa "2" – niskie ryzyko.

$x = (x_1, x_2)^T$, gdzie: $x_1 \in [0,1], x_2 \in [0,1]$.

$$\begin{array}{ll} p(x_1|1) = 2x_1 & x_1 \in [0,1], \\ p(x_1|2) = -2(x_1 - 1) & x_1 \in [0,1], \\ p(x_2|1) = 2x_2 & x_2 \in [0,1], \\ p(x_2|2) = -2(x_2 - 1) & x_2 \in [0,1], \end{array}$$

Przykład 2 : Szacowanie ryzyka pięciu przedsiębiorstw Algorytm Bayesa

Przyjmijmy oznaczenia:

$x_1 = k_m$

$x_2 = k_r$

klasa "1" – wysokie ryzyko;

klasa "2" – niskie ryzyko.

$x = (x_1, x_2)^T$, gdzie: $x_1 \in [0, 1], x_2 \in [0, 1]$.

$$
\begin{aligned}
p(x_1|1) &= 2x_1 & x_1 &\in [0,1], \\
p(x_1|2) &= -2(x_1 - 1) & x_1 &\in [0,1], \\
p(x_2|1) &= 2x_2 & x_2 &\in [0,1], \\
p(x_2|2) &= -2(x_2 - 1) & x_2 &\in [0,1],
\end{aligned}
$$

Przykład 2 : Szacowanie ryzyka pięciu przedsiębiorstw
Algorytm Bayesa, krok 1

Podanie obrazu x do wejścia.

$(x^1)^T = (0,2; 0,8)$
$(x^2)^T = (0,7; 0,6)$
$(x^3)^T = (0,5; 0,6)$
$(x^4)^T = (0,3; 0,3)$
$(x^5)^T = (0,4; 0,9)$

Przykład 2 : Szacowanie ryzyka pięciu przedsiębiorstw Algorytm Bayesa, krok 2

Obliczenie dla każdego x^i wartości $p(x^i|1)p_i$ oraz $p(x^i|2)p_i$:

$p(x|1) = p(x_1|1)p(x_2|1) = 4x_1x_2$

$p(x|2) = p(x_1|2)p(x_2|2) = 4(x_1 - 1)(x_2 - 1)$

$p(x^1|1)p_1 = 0,32$

$p(x^1|2)p_1 = 0,32$

$p(x^2|1)p_2 = 0,84$

$p(x^2|2)p_2 = 0,24$

$p(x^3|1)p_3 = 0,6$

$p(x^3|2)p_3 = 0,4$

$p(x^4|1)p_4 = 0,18$

$p(x^4|2)p_4 = 0,98$

$p(x^5|1)p_5 = 0,72$

$p(x^5|2)p_5 = 0,12$

Przykład 2 : Szacowanie ryzyka pięciu przedsiębiorstw Algorytm Bayesa

x^1		wysokie ryzyko	klasa 1
x^2	$0.84 > 0.24$	wysokie ryzyko	klasa 1
x^3	$0.6 > 0.4$	wysokie ryzyko	klasa 1
x^4	$0.18 < 0.98$	niskie ryzyko	klasa 2
x^5	$0.72 > 0.12$	wysokie ryzyko	klasa 1

lp	k_m	k_r	ocena projektu
1	0.4	0.4	niskie ryzyko
2	0.3	0.5	niskie ryzyko
3	0.5	0.3	niskie ryzyko
4	0.6	0.6	niskie ryzyko
5	0.3	0.4	niskie ryzyko
6	0.7	0.5	wysokie ryzyko
7	0.9	0.9	wysokie ryzyko
8	0.8	0.9	wysokie ryzyko
9	0.3	0.5	wysokie ryzyko
10	0.5	0.7	wysokie ryzyko

Dla klasy 1: $\overline{x_1} = \frac{1}{5}(0,7+0,9+0,8+0,3+0,5) = \frac{3,2}{5} = 0,64$
$\overline{x_2} = \frac{1}{5}(0,5+0,9+0,9+0,5+0,7) = \frac{3,5}{5} = 0,7$
Dla klasy 2: $\overline{x_1} = \frac{1}{5}(0,4+0,3+0,5+0,6+0,3) = \frac{2,1}{5} = 0,42$
$\overline{x_2} = \frac{1}{5}(0,4+0,5+0,3+0,6+0,4) = \frac{2,2}{5} = 0,44$

Przyjmujemy miarę odległości - kwadrat normy euklidesowej:

$\rho(\overline{x}-x)=(\overline{x}-x)^T(\overline{x}-x)$

$(x^1)^T=(0,2;0,8)$

$\rho_1(\overline{x_1}-x^1)=(\overline{x_1}-x^1)^T(\overline{x_1}-x^1)=[\binom{0{,}64}{0{,}7}-\binom{0{,}2}{0{,}8}]^T[\binom{0{,}64}{0{,}7}-\binom{0{,}2}{0{,}8}]=$

$(0,44;-0,1)\binom{0{,}44}{-0{,}1}=0,1936+0,01=0,2036$

$\rho_2(\overline{x_2}-x^1)=[\binom{0{,}42}{0{,}7}-\binom{0{,}2}{0{,}8}]^T[\binom{0{,}42}{0{,}44}-\binom{0{,}2}{0{,}8}]=$

$(0,22;-0,36)\binom{0{,}22}{-0{,}36}=0,0484+0,1296=0,178$

$(x^2)^T=(0,7;0,6)$

$\rho_1(\overline{x_1}-x^2)=[\binom{0{,}64}{0{,}7}-\binom{0{,}7}{0{,}6}]^T[\binom{0{,}64}{0{,}7}-\binom{0{,}7}{0{,}6}]=0,0136$

$\rho_2(\overline{x_2}-x^2)=[\binom{0{,}42}{0{,}44}-\binom{0{,}7}{0{,}6}]^T[\binom{0{,}42}{0{,}44}-\binom{0{,}7}{0{,}6}]=0,1040$

Przykład 2 : Szacowanie ryzyka pięciu przedsiębiorstw Algorytm Najbliższej Średniej

$$(x^3)^T = (0,5;0,6)$$
$$\rho_1(\overline{x_1} - x^3) = [\binom{0{,}64}{0{,}7} - \binom{0{,}5}{0{,}6}]^T[\binom{0{,}64}{0{,}7} - \binom{0{,}5}{0{,}6}] = 0,0296$$
$$\rho_2(\overline{x_2} - x^3) = [\binom{0{,}42}{0{,}44} - \binom{0{,}5}{0{,}6}]^T[\binom{0{,}42}{0{,}44} - \binom{0{,}5}{0{,}6}] = 0,0320$$
$$(x^4)^T = (0,3;0,3)$$
$$\rho_1(\overline{x_1} - x^4) = [\binom{0{,}64}{0{,}7} - \binom{0{,}3}{0{,}3}]^T[\binom{0{,}64}{0{,}7} - \binom{0{,}3}{0{,}3}] = 0,2756$$
$$\rho_2(\overline{x_2} - x^4) = [\binom{0{,}42}{0{,}44} - \binom{0{,}3}{0{,}3}]^T[\binom{0{,}42}{0{,}44} - \binom{0{,}3}{0{,}3}] = 0,0340$$

Przykład 2 : Szacowanie ryzyka pięciu przedsiębiorstw Algorytm Najbliższej Średniej

$$(x^5)^T = (0,4; 0,9)$$
$$\rho_1(\overline{x_1} - x^5) = [\binom{0{,}64}{0{,}7} - \binom{0{,}4}{0{,}9}]^T[\binom{0{,}64}{0{,}7} - \binom{0{,}4}{0{,}9}] = 0,0976$$
$$\rho_2(\overline{x_2} - x^5) = [\binom{0{,}42}{0{,}44} - \binom{0{,}4}{0{,}9}]^T[\binom{0{,}42}{0{,}44} - \binom{0{,}5}{0{,}9}] = 0,2120$$

x^1	klasa 2
x^2	klasa 1
x^3	klasa 1
x^4	klasa 2
x^5	klasa 1

Wybór algorytmu klasyfikacji jest zależny od dostępnych danych wejściowych.

Ciekawe zastosowanie wiedzy z obszaru rozpoznawania obrazów.

Podsumowanie

Wybór algorytmu klasyfikacji jest zależny od dostępnych danych wejściowych.

Ciekawe zastosowanie wiedzy z obszaru rozpoznawania obrazów.

Literatura

1. Aartman J.: *Pomiar ryzyka krok po kroku*, na podstawie prezentacji 6-7 marca 2007, Bruksela.
2. Gospodarowicz A., Jajuga K., Jajuga T., Kania E., Ronka-Chmielowiec W., Rosiński P.: *Zarządzanie ryzykiem*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2008. ISBN 978-83-01-15403-5
3. Wilimowska Z.: Opracowania własne.